



محل مهر یا امضاء مدیر

جمهوری اسلامی ایران
اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران
اداره آموزش و پرورش منطقه هفت تهران

ساعت امتحان: ۸:۰۰ صبح
وقت امتحان: ۹۰ دقیقه
تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۳/۱۰
تعداد برگ سؤال: ۱ برگ

ش سندلی (ش داوطلب): نام واحد آموزشی: دبیرستان هاتف (دوره دوم) نوبت امتحانی: خرداد
نام خانوادگی: نام پدر: پایه: چهارم ریاضی
سؤال امتحان درس: گسسته نام دبیر: جناب آقایان مهر سال تحصیلی: ۹۶-۹۷

ردیف	سوالات	بارم
۱	گراف G سه منظم است و با افزودن ۶ یال به یال های آن گراف، گراف کامل به دست می آید. مرتبه و اندازه این گراف را به دست آورید.	۲
۲	ماتریس مجاورت یک گراف ستده مرتبه ۸ دارای ۱۴ درایه صفر است. اندازه این گراف را حساب کنید.	۲
۳	اگر $d = (2n + 3, 2n^2 + 11n + 14)$ مقدار d را به دست آورید.	۲
۴	باقیمانده تقسیم $7 + 3^{140}$ را بر ۲۱ پیدا کنید.	۱
۵	معادله سیاله $147 = 21x + 14y$ را در \mathbb{Z} حل کنید.	۱
۶	اگر $A = \{a, b, c, d\}$ تعداد رابطه های بازتابی و متقارن و شامل زوج (a, c) را به دست آورید.	۲
۷	رابطه R روی مجموعه $A = \{2, 3, 4\}$ به صورت $R = \{(2, 3), (2, 4), (3, 4), (4, 4)\}$ تعریف شده است. رابطه ROR را بنویسید.	۲
۸	اگر در پرتاب یک تاس، A پیشامد روشن شدن عدد کمتر از ۳ و B پیشامد روشن شدن عدد اول باشد، آیا این دو پیشامد مستقل اند؟ چرا؟	۲
۹	دو ظرف همانند داریم. در ظرف اول ۱۰ مهره و ۶ مهره سیاه و در ظرف دوم ۸ مهره سفید و ۹ مهره سیاه قرار دارد. از ظرف اول ۷ مهره و از ظرف دوم ۵ مهره به تصادف خارج می کنیم و در ظرف جدیدی قرار می دهیم. اگر از ظرف جدید مهره ای به تصادف خارج کنیم، احتمال این که مهره خارج شده سفید باشد، چقدر است؟	۲
۱۰	تابع احتمال متغیر تصادفی X با حوزه مقادیر اعداد طبیعی به صورت $P(X=i) = \frac{1}{i^2 + i}$ می باشد و مقدار $P(10 \leq X < 100)$ را به دست آورید.	۲
۱۱	سکه ای را آن قدر پرتاب می کنیم تا برای سومین بار رو بیاید. احتمال این که در هشتمین پرتاب به این منظور برسیم را به دست آورید.	۲
۲۰	نمره	

پاسخ سؤالات در روی برگ سؤال نوشته شود، نیاز به پاسخنامه سفید ندارد. پاسخنامه سفید داده شود.

نام درس: ریاضیات گسسته
تاریخ امتحان: ۱۳۹۵/۳/۲۰
ساعت امتحان: ۸ صبح
مدت امتحان: ۹۰ دقیقه

اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران
مدیریت منطقه
دبیرستان دوره اول / دوم / پسرانه
کلید امتحان پایان ترم دوم سال تحصیلی ۱۳۹۵/۹۶

نام و نام خانوادگی:
پایه و رشته: چهارم ریاضی
نام پدر:
شماره داوطلب:

ردیف	کلید سوالات	محل مهر و امضاء، مدیر	بارم
۱		$\begin{cases} 2p = 2q \\ q + 6 = \frac{p(p-1)}{2} \end{cases} \Rightarrow p = 6, q = 9$	۲
۲		$p^2 - 2q = 14 \xrightarrow{p=8} 2q = 64 - 14 = 50 \Rightarrow q = 25$	۲
۳		$2n + 3 = 0 \Rightarrow (2n + 3, 2 \times \frac{3}{2} - 11 \times \frac{3}{2} + 14) = (2n + 3, 2) = 1$	۲
۴		$\begin{cases} 2^3 \equiv -1 \Rightarrow 2^{140} + 7 \equiv 1 + 7 = 8 \equiv 2 \\ 2^3 \equiv 1 \Rightarrow (2^3)^{467} \equiv 1 \Rightarrow 2^{138} \equiv 1 \Rightarrow 2^{140} + 7 \equiv 2 + 7 = 9 \equiv 3 \end{cases}$ داریم $(3, 7) = 1$ بنابراین با توجه به این که $2^{140} + 7 \equiv 2$	۱
۵		$21x + 14y = 147 \Rightarrow 3x + 2y = 21 \Rightarrow$ $x_0 = 7, y_0 = 0 \Rightarrow x = 7 + 2k, y = 0 - 3k$	۱
۶		با شمارش انتخاب های ماتریس متناظر این رابطه و در بالای قطر اصلی داریم $2^5 = 32$	۲
۷		$M(ROr) = M^{(r)}(R) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ بنابراین داریم: $RoR = \{(2, 4), (3, 4), (4, 4)\}$	۲
۸		$A = \{1, 2\}, B = \{2, 3, 5\} \Rightarrow A \cap B = \{2\}$ $P(A \cap B) = P(A)P(B) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$	۲
۹		$P(\text{White}) = \frac{7}{12} \times \frac{10}{16} + \frac{5}{12} \times \frac{8}{17}$	۲
۱۰		بنابراین: $P(X=i) = \frac{1}{i^2+i} = \frac{1}{i} - \frac{1}{i+1}$ در این تابع داریم $P(10 \leq X < 100) = P(X=10) + P(X=11) + \dots + P(X=99)$ $= (\frac{1}{10} - \frac{1}{11}) + (\frac{1}{11} - \frac{1}{12}) + \dots + (\frac{1}{99} - \frac{1}{100}) = \frac{1}{10} - \frac{1}{100} = \frac{9}{100}$	۲
۱۱		تا هفتمین پرتاب باید دو پرتاب دیده باشیم، بنابراین $\frac{\binom{7}{2}}{2^7} = \frac{21}{128}$	۲